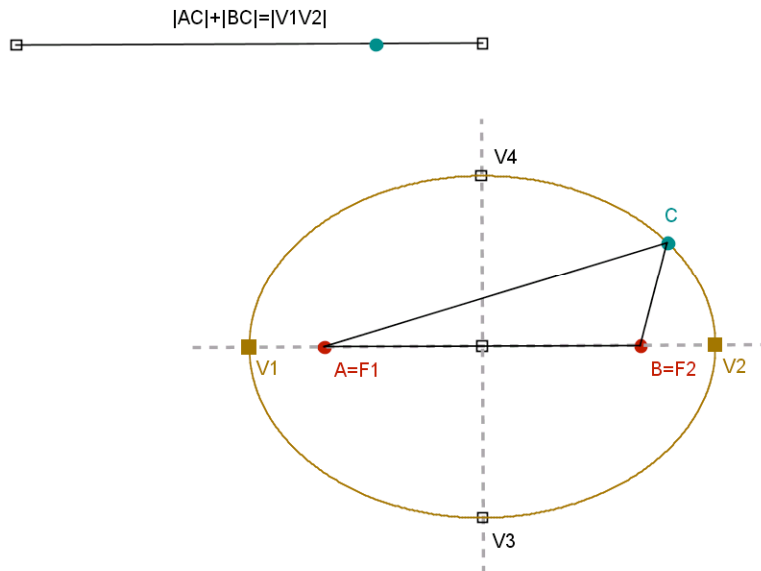


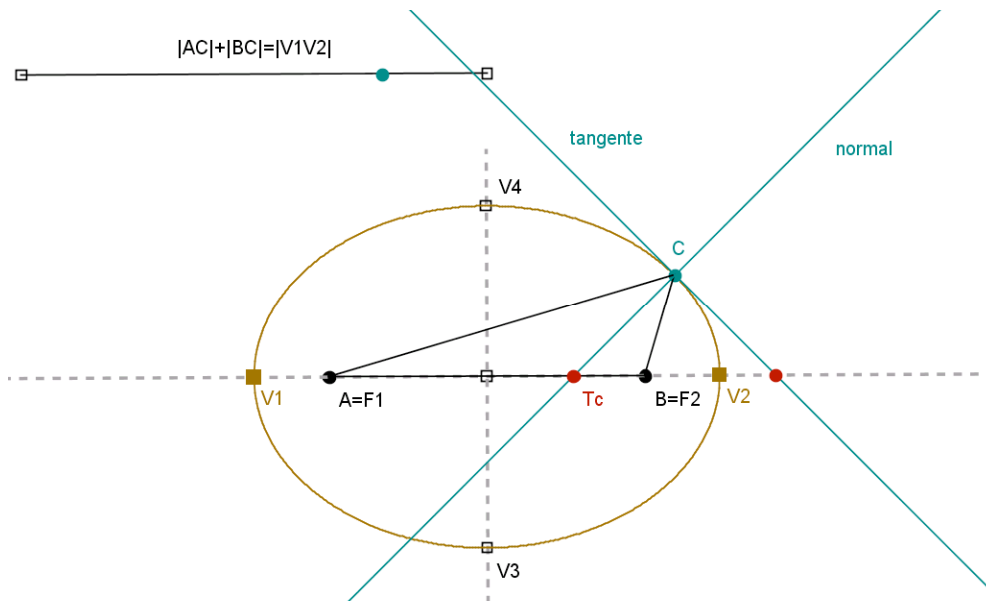
Elipses e Triângulos

Mariana Sacchetti

O problema de determinar o vértice C de um triângulo do qual se conhecem o comprimento do lado [AB] e a soma dos outros dois é equivalente a determinar um ponto C da elipse de focos A e B e eixo maior igual à soma $AC+BC$

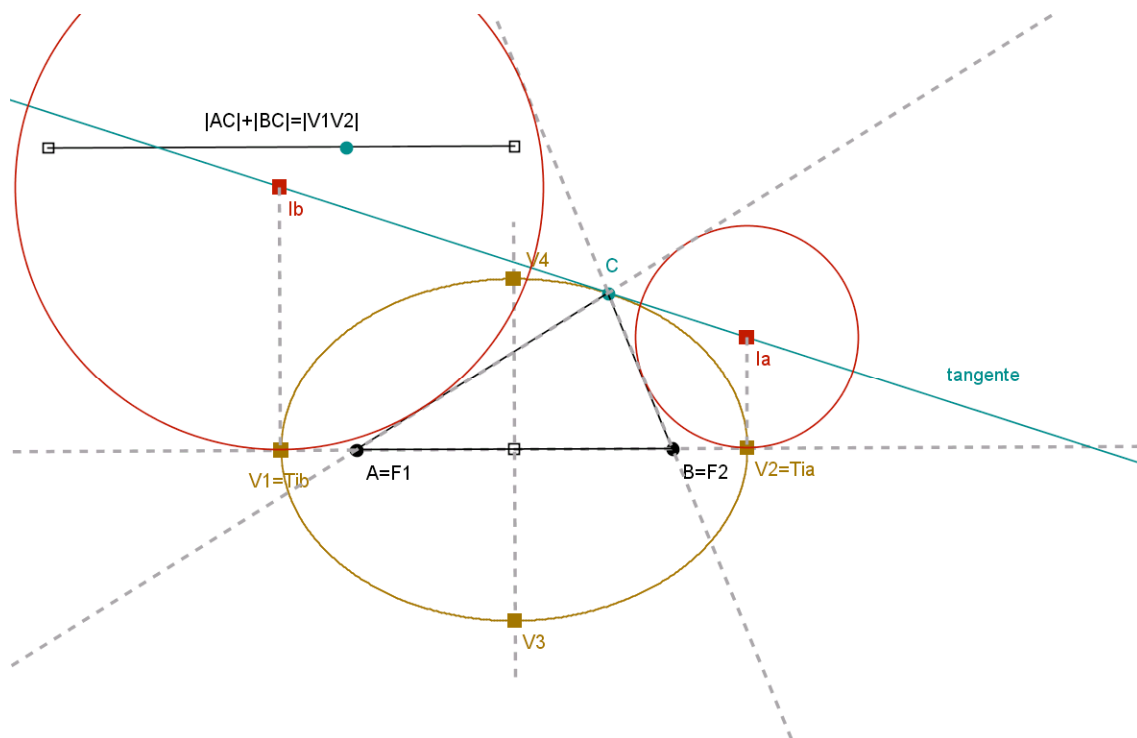


(1)



A tangente à elipse no ponto C é a bissetriz externa do ângulo C no triângulo [ABC] e, de modo equivalente, a normal à elipse em C é a bissetriz interna do mesmo ângulo.

(2)

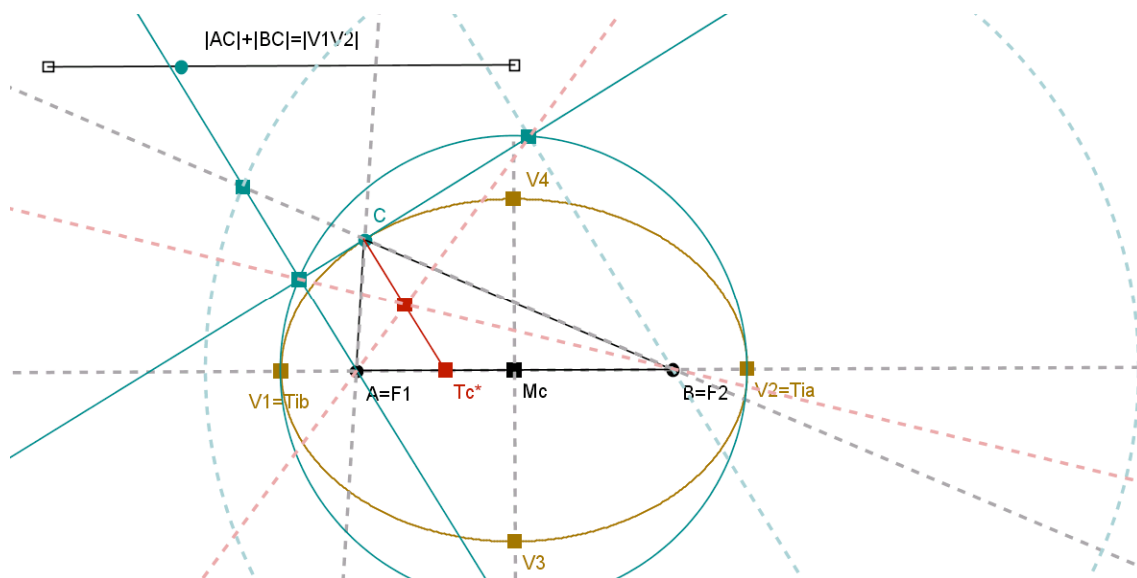


$|V1V2|=|AC|+|BC| = |TiaTib|$ o eixo maior é a distância entre os pontos de tangencia das circunferências ex-inscritas

$|F1V2|=|ATia|=\text{semiperímetro}$

Os pés das perpendiculares tiradas pelos vértices para a tangente são os centros das circunferências ex-inscritas no triângulo [ABC]

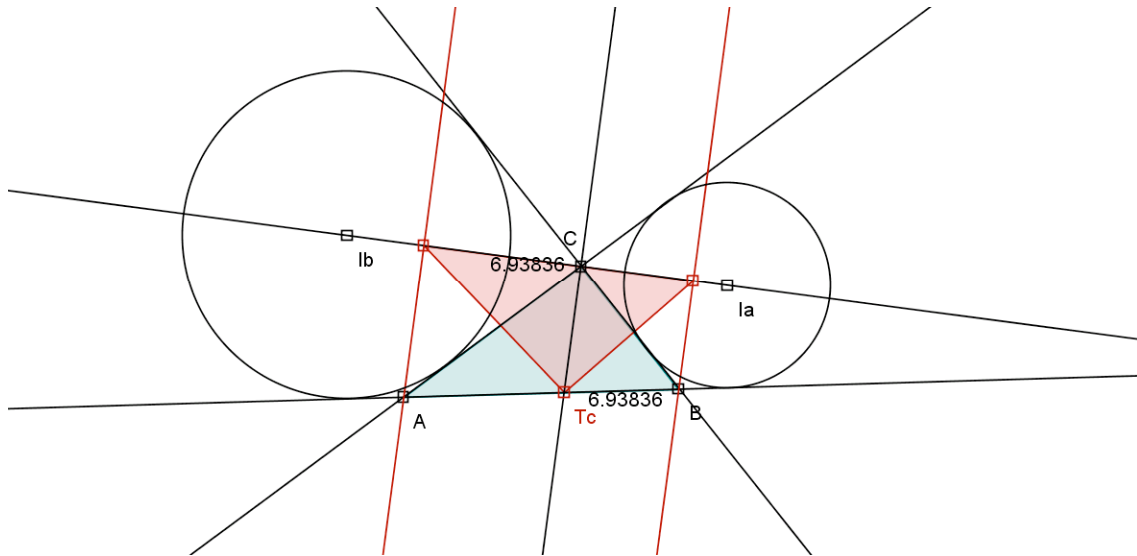
(3)



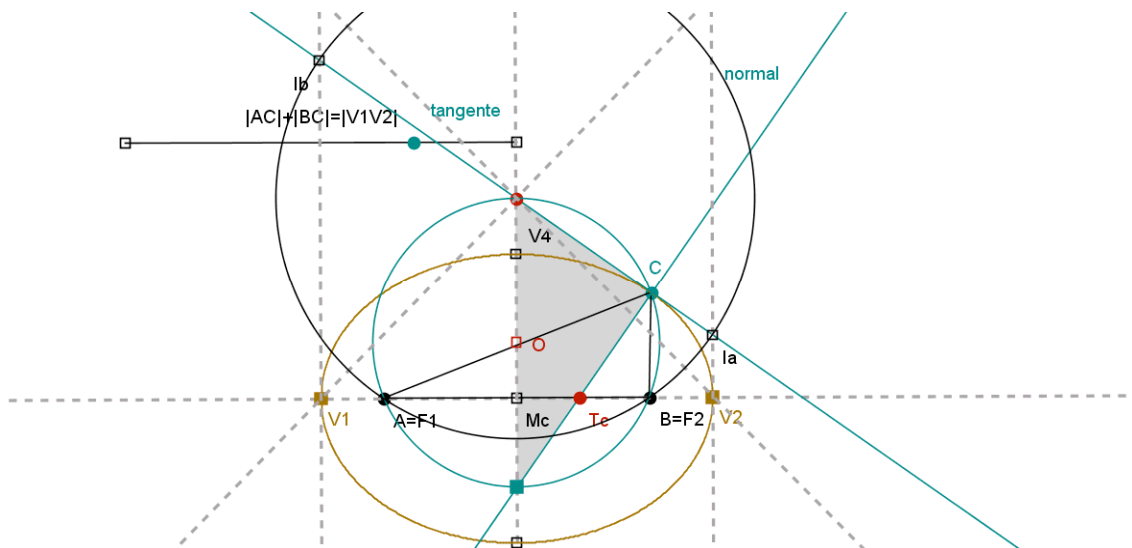
- Os pés das perpendiculares à tangente tiradas pelos focos estão sobre o círculo principal
- O simétrico do foco relativamente à tangente está sobre o círculo director
- A recta que une o simétrico do foco com o outro foco determina na tangente o ponto de tangência

Perpendiculares à tangente - paralelas à bissetriz;

Círculo principal – círculo com centro em M_c e raio igual a metade da soma dos outros dois
 Círculo director (ou focal) – círculo com centro em B (ou A) e raio igual à soma dos outros dois
 Nota – As diagonais do trapézio A, B, pés das perpendiculares cruzam-se no ponto médio da bissetriz. As diagonais do trapézio A, B, e os simétricos de A e B relativamente à bissetriz externa cruzam-se em C.



(4)



O círculo que passa pelo ponto de tangência e pelas intersecções da tangente e da normal com o eixo menor passa pelos focos

A intersecção da bissetriz do ângulo C com a mediatriz de [AB] está sobre o circuncírculo. O mesmo acontece com a bissetriz externa do ângulo C com a mediatriz de [AB]. Estas duas intersecções definem um diâmetro do circuncírculo.

O ponto de intersecção da normal com o eixo menor é o centro de um círculo que passa pelos focos e pelos pés das perpendiculares tiradas dos vértices para a tangente.

O centro do círculo que passa por A,B, I_a , I_b é o ponto de intersecção das diagonais de um rectângulo de lados $|T_a T_b|$ e $r_a + r_b$