

$$③ \quad (\overline{CN})^2 = (\overline{ON})^2 + (\overline{OC})^2 \Rightarrow (\overline{CN})^2 = \left(\frac{R\sqrt{5}-R}{2}\right)^2 + R^2 \quad (\Rightarrow) \quad (\overline{CN})^2 = \frac{5R^2 - 2R^2\sqrt{5} + R^2}{4} + R^2 \quad (\Rightarrow)$$

$$(\overline{CN})^2 = \frac{6R^2 - 2R^2\sqrt{5}}{4} + \frac{4R^2}{4} \quad (\Rightarrow) \quad (\overline{CN})^2 = \frac{10R^2 - 2R^2\sqrt{5}}{4} \quad (\Rightarrow)$$

$$(\overline{CN})^2 = \frac{5R^2 - R^2\sqrt{5}}{2} \quad (\Rightarrow) \quad \overline{CN} = \sqrt{\frac{5R^2 - R^2\sqrt{5}}{2}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\overline{CN} = R\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}} \quad \text{ou} \quad \underline{\overline{CN} = 2R\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}}$$

Também neste caso, se o raio fosse 3, o comprimento do lado seria, aproximadamente 3,53. Então verificamos que:

$$2R \cdot \sin 36^\circ = 2R \sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$$

• O que prova que esta construção está correta.

- Outro desafio que nos era proposto era o de fazermos o inverso, é-nos dado o lado e temos de construir novamente o pentágono. Uma forma de fazer isto é através das diagonais do pentágono. Existe uma relação ~~entre o lado~~ muito especial entre o lado e a diagonal do pentágono:

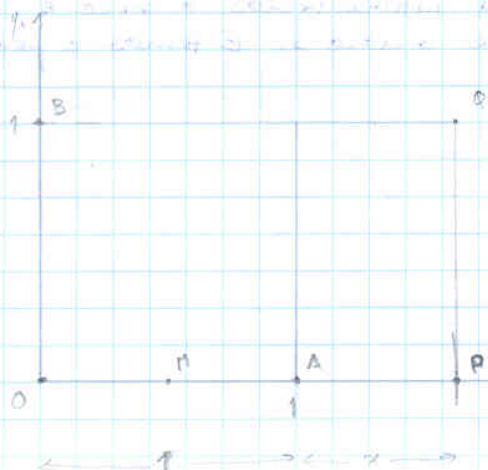
$$\boxed{d = g \cdot l}$$

em que d é a diagonal, l é o lado e g é o ^{ou razão} n.º de ouro. Este número aparece, por exemplo, quando na divisão de um segmento de recta, a soma das duas partes, ou a totalidade do segmento, está para a parte maior, como a parte maior está para a menor. Por exemplo:



$$\boxed{\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}}$$

Para encontrar esta medida, podemos tomar um sistema de eixos sobre o qual marcamos os pontos $A(1,0)$ e $B(0,1)$. Em seguida, dividimos $[OA]$ ao meio e podemos chamar a esse ponto M . Com o bico do compasso em M e abertura MB traçamos um pequeno arco até intersectar o eixo Ox . Se essa intersecção for o ponto P , então, $\overline{OP} = \phi \cdot \overline{OA}$:



$$\overline{OP} = \phi \cdot \overline{OA}$$

$[OPQR]$ é o chamado rectângulo de ouro, em que a razão entre o lado maior e o lado menor é ϕ .